МЕХАНИКА
MECHANICS

УДК 593.3 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-4-304-309

О прочности соединения составной анизотропной пластины, жестко защемленной по внешним краям*

А. Г. Акопян[1**]
[1]Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ) Северо-Кавказский филиал, Лермонтов, Российская Федерация

On joint efficiency of composite anisotropic plate rigidly fixed along outside edges***

A. G. Akopyan[1**]
[1]Moscow Automobile and Road Construction State Technical University (MADI), North Caucasus branch, Lermontov, Russian Federation

Введение. Современные технологические процессы сварки, наплавки, пайки и склеивания позволяют изготовлять элементы конструкций из монолитно соединенных между собой разнородных анизотропных материалов. Комбинирование различных материалов, обладающих качествами, соответствующими тем или иным условиям эксплуатации, открывает большие возможности для повышения технических и экономических характеристик машин, оборудования и сооружений. Оно может способствовать значительному увеличению их надежности, долговечности, уменьшению расходов на изготовление и эксплуатацию.
Материалы и методы. Целью работы является изучение предельного напряженного состояния анизотропных составных пластин в рамках классической теории изгиба пластин. Внешние края пластины считаются свободными. Используя классическую теорию изгиба анизотропной пластины в пространстве физических и геометрических параметров, получены уравнения гиперповерхности, определяющие зоны малонапряженности для края контактной поверхности составной цилиндрически ортотропной пластины.
Результаты исследования. Нахождение критериев инженерных сооружений, позволяющих определить предельные прочностные характеристики элементов конструкций, является одной из актуальных задач механики деформируемого твердого тела. Проблемы прочности в конструкциях часто сводятся к выяснению характера местного напряженного состояния у вершин стыков составляющих частей. Данная статья посвящена решению этой проблемы для составных анизотропных пластин в области их изгиба.
Обсуждение и заключения. Решение, предлагаемое в данной работе, может быть полезным для повышения прочности композитных изделий.

Introduction. Modern processes of welding, surfacing, soldering and bonding provide producing structural elements of monolithic interconnected dissimilar anisotropic materials. The combination of different materials with qualities corresponding to certain operating conditions offer comprehensive facilities to improve the technical and economic characteristics of machines, equipment and structures. It can contribute to a significant increase in their reliability, durability, and to reduction of the production and operation costs.
Materials and Methods. The work objective is to study the boundary state of stress of anisotropic composite plates in the framework of the classical theory of plate bending. The outer edges of the plate are considered free. Using the classical theory of bending of an anisotropic plate in the space of physical and geometric parameters, hypersurface equations are obtained that define low-stressed zones for the contact surface edge of a cylindrical orthotropic composite plate.
Research Results. Finding the criteria for engineering structures to determine the limiting strength characteristics of structural elements is one of the urgent tasks of the deformable solid mechanics. Strength problems in structures are often reduced to elucidating the nature of the local stress state at the tops of the joints of the constituent parts. This paper is devoted to solving this problem for composite anisotropic plates in the area of their bending.
Discussion and Conclusions. The solution proposed in this paper may be useful for increasing the strength of composite products.

Ключевые слова: малонапряженность, изгиб пластин, анизотропный, составной, жестко защемленный, угловое ребро, классическая теория изгиба, линейно упругий.

Keywords: low-stressed level, plate bending, anisotropic, composite, rigidly fixed, angle rib, classical theory of bending, linearly elastic.

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: manakofoto@yandex.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

Образец для цитирования: Акопян А. Г. О прочности соединения составной анизотропной пластины, жестко защемленной по внешним краям / А. Г. Акопян // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, №4. — С. 304–309. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-4-304-309

For citation: A.G. Akopyan. On joint efficiency of composite anisotropic plate rigidly fixed along outside edges. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 4, pp. 304–309. https://doi.org/10.23947/ 1992-5980-2019-19-4-304-309

Введение. Рассматривается малонапряженное состояние около углового ребра края контактной поверхности соединения двух различных, жестко защемленных по внешним краям цилиндрически ортотропных пластин одинаковой толщины [1–5] в рамках классической теории изгиба линейно упругих анизотроных пластин [6, 7], жестко защемленных по внешним краям. Исследование поведения напряжений в вершине угла при изгибе однородной изотропной пластины, имеющей угловое ребро, по классической теории изгиба пластин было проведено в работе [8]. Последующее рассмотрение этой задачи по уточненной теории Рейсснера показало, что перерезывающие силы в этом крае конечны [9]. В работе [10] экспериментально показано существование и расположение зон малонапряженности и концентрации напряжений в угловых точках составных пластин. Случай изгиба неоднородной составной плиты рассмотрен в [11].

Поверхность, соединяющая две пластины, вертикальна к срединной плоскости. Такая составная пластина подвержена изгибу под общей поперечной нагрузкой. Окрестность краевого ребра контактной поверхности соединения свободна от внешних сил. Поместим начало цилиндрической системы координат в угловой точке срединной плоскости пластины. На рис. 1 показана плоскость z=0. Принимаем, что главные оси анизотропии совпадают с осями этой цилиндрической системы координат. Толщину пластины обозначим h, а величины в окрестности точки r=0, относящиеся к областям 0≤θ≤α, -h/2≤z≤h/2 и -β≤θ≤0, -h/2≤z≤h/2, отмечаем индексами i=1, 2 соответственно.

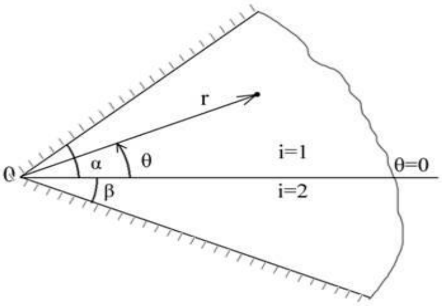


Рис. 1. Схема составной пластины

Материалы и методы. Прогиб w_i каждой области ортотропной пластины в окрестности точки r=0 определяется из уравнения [3]:

$$D_{ri}\frac{\partial^4 w_i}{\partial r^4}+2D_{r\theta i}\frac{1}{r^2}\frac{\partial^4 w_i}{\partial r^2\partial\theta^2}+D_{\theta i}\frac{1}{r^4}\frac{\partial^4 w_i}{\partial\theta^4}+2D_{ri}\frac{1}{r}\frac{\partial^3 w_i}{\partial r^3}\text{-}2D_{r\theta i}\frac{1}{r^3}\frac{\partial^3 w_i}{\partial r\partial\theta^2}\text{-}-D_{\theta i}\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w_i}{\partial r^2}+2(D_{\theta i}++D_{r\theta i})\frac{1}{r^4}\frac{\partial^2 w_i}{\partial\theta^2}+D_{\theta i}\frac{1}{r^3}\frac{\partial w_i}{\partial r}=0\ , \quad (1)$$

где $D_{ri}, D_{\theta i}, D_{r\theta i}$ — жесткости каждой области анизотропной пластины:

$$D_{ri}=\frac{E_{ri}}{12(1-\nu_{ri}\nu_{\theta i})}h^3;\ D_{\theta i}=\frac{E_{\theta i}}{12(1-\nu_{ri}\nu_{\theta i})}h^3;\ D_{r\theta i}=D_{ri}\nu_{\theta i}+2D_{ki};\ D_{ki}=\frac{G_i}{12}h^3$$

Здесь $E_{ri},\ E_{\theta i}, \nu_{ri}, \nu_{\theta i}, G_i$ — параметры анизотропии каждой области.

Представляя прогиб пластины в форме

$$w_i(r,\theta)=r^{\lambda+1}f_i(\theta\ ,\lambda), \quad (2)$$

где f_i и λ — искомые функции и постоянная, из уравнения (1) будет следовать

$$f_i''''+2(k_{1i}\lambda^2+1)\,f_i''+(\lambda^2-1)\,(k_{2i}\lambda^2-1)f_i=0, \quad (3)$$

где $k_{1i}={}^{D_{r\theta i}}/_{D_{\theta i}}$, $k_{2i}={}^{D_{ri}}/_{D_{\theta i}}$.

Корни соответствующего характеристического уравнения для (3) определяются из следующего выражения

$$r_{(1,2,3,4)i}=\pm\sqrt{-(k_{1i}\lambda^2+1)\pm\lambda\sqrt{(k_{1i}^2-k_{2i})\lambda^2+2k_{1i}+k_{2i}+1}}=\pm\sqrt{-a\pm b} \quad (4)$$

Нужно будет рассмотреть три следующих случая:

1) Все четыре корня (4) мнимые $\left(a\geq b, b \text{ — величина действительная}\right)$

$$r_{(1,2,3,4)i}=\pm\omega_{ki}i,$$

где случай k=1 соответствует нижнему знаку под радикалом (4), а k=2 — верхнему.

2) Все корни (4) комплексные $\left(b \text{ — величина мнимая}\right)$.

$$r_{(1,2,3,4)i} = \pm(\xi_i \pm i\eta_i).$$

3) Одна пара корней действительная, а другая — мнимая (a$< b, b$ — действительная).

$$r_{(1,2)i} = \pm\xi_i, r_{(3,4)i} = \pm\eta_i i.$$

Для каждого из случаев напишем общее решение уравнения (3):

$$\begin{gathered} 1)\ f_i{=}A_i \cos\omega_{1i}\,\theta{+}B_i \sin\omega_{1i}\,\theta{+}C_i \cos\omega_{2i}\,\theta{+}E_i \sin\omega_{2i}\,\theta \\ 2)\ f_i{=}A_i \cosh\xi_i\,\theta \cos\eta_i\,\theta + B_i \sinh\xi_i\theta \cos\eta_i\,\theta + C_i \cosh\xi_i\,\theta \sin\eta_i\theta + {+}E_i \sinh\xi_i\theta \sin\eta_i\theta \\ 3)\ f_i{=}A_i \cosh\xi_i\,\theta{+}B_i \sinh\xi_i\theta + C_i \cos\eta_i\,\theta{+}E_i \sin\eta_i\theta, \end{gathered} \tag{5}$$

где A_i, B_i, C_i, E_i — произвольные постоянные.

Тогда для моментов будем иметь

$$\begin{gathered} M_{ri} = -D_{ri} r^{\lambda-1}[\nu_{\theta i} f_i'' + (\lambda+1)(\lambda+\nu_{\theta i})f_i] \\ M_{\theta i} = -D_{\theta i} r^{\lambda-1}[f_i'' + (\lambda+1)(\nu_{ri}\lambda+1)f_i] \\ M_{r\theta i} = -2D_{ki} r^{\lambda-1} f_i' \end{gathered} \tag{6}$$

перерезывающие силы будут вычисляться по формулам:

$$\begin{gathered} Q_{ri} = -r^{\lambda-2}[(D_{r\theta i}\lambda - D_{\theta i})f_i'' + (\lambda+1)(D_{ri}\lambda^2 - D_{\theta i})f_i] \\ Q_{\theta i} = -r^{\lambda-2}[D_{\theta i} f_i''' + (\lambda+1)(D_{r\theta i}\lambda + D_{\theta i})f_i'] \end{gathered} \tag{7}$$

Для обобщающей перерезывающей силы будем иметь

$$V_{\theta i} = Q_{\theta i} + \frac{\partial M_{r\theta i}}{\partial r} = -r^{\lambda-2}(D_{\theta i} f_i''' + g_i f_i'), \tag{8}$$

где

$$g_i = (\lambda+1)D_{\theta i} + \lambda[(\lambda+1)D_{r\theta i} + 2(\lambda-1)D_{ki}].$$

На контактной поверхности ($\theta = 0$) следует соблюдать условия непрерывности прогиба, угла поворота, изгибающего момента и обобщенной перерезывающей силы.

$$\begin{gathered} f_1 = f_2\,, f_1' = f_2', D_{\theta 1} f_1''' + g_1 f_1' = D_{\theta 2} f_2''' {+} g_2 f_2', \\ D_{\theta 1}[f_1'' + (\lambda+1)(\nu_{r1}\lambda+1)f_1] = D_{\theta 2}[f_2'' + (\lambda+1)(\nu_{r2}\lambda+1)f_2]. \end{gathered} \tag{9}$$

Рассмотрим граничные условия на внешних краях ($\theta = \alpha, \theta = -\beta$) пластины. В случае жестких заделок

$$f_i' = f_i = 0, \tag{10}$$

Подставляя значение f_i из (5) в граничные условия (9) и (10), получаем три системы восьми линейных уравнений относительно восьми постоянных A_i, B_i, C_i, E_i для каждого из трех случаев в (5).

Для случая 1:

$$\begin{gathered} A_1 + C_1 - A_2 - C_2 {=} 0 \\ \omega_{11}B_1 {+} \omega_{21}E_1 {-} \omega_{12}B_2 {-} \omega_{22}E_2 {=} 0 \\ D_{\theta 1}q_{11}A_1 + D_{\theta 1}q_{21}C_1 - D_{\theta 2}q_{12}A_2 - D_{\theta 2}q_{22}C_2 {=} 0 \\ \omega_{11}p_{11}\,B_1 {+} \omega_{21}p_{21}\,E_1 - \omega_{12}p_{12}\,B_2 - \omega_{22}p_{22}\,E_2 = 0 \\ A_1 \cos\omega_{11}\,\alpha {+} B_1 \sin\omega_{11}\alpha {+} C_1 \cos\omega_{21}\,\alpha {+} E_1 \sin\omega_{21}\,\alpha {=} 0 \\ A_1\omega_{11} \sin\omega_{11}\,\alpha - B_1\omega_{11} \cos\omega_{11}\alpha {+} C_1\omega_{21} \sin\omega_{21}\,\alpha - E_1\omega_{21} \cos\omega_{21}\,\alpha {=} 0 \\ A_2 \cos\omega_{12}\,\beta - B_2 \sin\omega_{12}\,\beta\ {+} C_2 \cos\omega_{22}\beta - E_2 \sin\omega_{22}\,\beta {=} 0 \\ A_2\,\omega_{12} \sin\omega_{12}\,\beta + B_2\,\omega_{12} \cos\omega_{12}\,\beta\ {+} C_2\omega_{22} \sin\omega_{22}\beta + E_2\,\omega_{22} \cos\omega_{22}\,\beta {=} 0 \end{gathered} \tag{11}$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\begin{gathered} p_{ji} {=} (\,\lambda + 1 - \omega_{ji}^2)\,D_{\theta i} {+} \lambda[(\lambda+1)D_{r\theta i} + 2(\lambda-1)D_{ki}] \\ q_{ji} {=} (\lambda+1)(\nu_{ri}\lambda+1) \text{-} \omega_{ji}^2,\ \text{j=1, 2} \end{gathered}$$

Для случая 2:

$$\begin{gathered} A_1 - A_2 = 0, \xi_1 B_1 + \eta_1 C_1 - \xi_2 B_2 - \eta_2 C_2 = 0 \\ \omega_1 D_{\theta 1} A_1 + 2D_{\theta 1}\xi_1\eta_1 E_1 - \omega_2 D_{\theta 2} A_2 - 2D_{\theta 2}\xi_2\eta_2 E_2 = 0 \\ p_1\,B_1 {+} q_1 C_1 - p_2\,B_2 - q_2 C_2 {=} 0 \\ A_1 \cosh\xi_1\,\alpha \cos\eta_1\,\alpha + B_1 \sinh\xi_1\alpha \cos\eta_1\,\alpha + C_1 \cosh\xi_1\,\alpha \sin\eta_1 \propto {+} E_1 \sinh\xi_1 \propto \sin\eta_1 \propto = 0 \\ A_1\,(\xi_1 \sinh\xi_1\,\alpha \cos\eta_1\,\alpha - \eta_1 \cosh\xi_1\,\alpha \sin\eta_1\alpha) \\ {+}B_1\,(\cosh\xi_1\alpha \cos\eta_1\,\alpha - \eta_1 \sinh\xi_1 \propto \sin\eta_1 \propto) \\ {+}C_1\,(\xi_1 \sinh\xi_1\,\alpha \sin\eta_1 \propto + \eta_1 \cosh\xi_1\,\alpha \cos\eta_1\,\alpha \\ {+}E_1(\xi_1 \cosh\xi_1 \propto \sin\eta_1 \propto + \eta_1 \sinh\xi_1\,\alpha \cos\eta_1\,\alpha) = 0 \\ A_2 \cosh\xi_2\,\beta \cos\eta_2\,\beta - B_2 \sinh\xi_2\beta \cos\eta_2\,\beta - C_2 \cosh\xi_2\,\beta \sin\eta_2\beta {+} E_2 \sinh\xi_2\beta \sin\eta_2\beta = 0 \\ A_2\,(\xi_2 \sinh\xi_2\,\beta \cos\eta_2\,\beta - \eta_2 \cosh\xi_2\,\beta \sin\eta_2\beta) \end{gathered} \tag{12}$$

$$-B_2(\xi_2\cosh\xi_2\beta\cos\eta_2\beta-\eta_2\sinh\xi_2\beta\sin\eta_2\beta)$$
$$-C_2(\xi_2\sinh\xi_2\beta\sin\eta_2\beta+\eta_2\cosh\xi_2\beta\cos\eta_2\beta)+E_2(\xi_2\cosh\xi_2\beta\sin\eta_2\beta+\eta_2\sinh\xi_2\beta\cos\eta_2\beta)$$
$$=0,$$

где обозначены

$$\omega_i=\xi_i^2-\eta_i^2+(\lambda+1)(\nu_{ri}\lambda+1)$$
$$p_i=\xi_i\{(\xi_i^2-3\eta_i^2+\lambda+1)D_{\theta i}+\lambda[(\lambda+1)D_{r\theta i}+2(\lambda-1)D_{ki}]\}$$
$$q_i=\eta_i\{(3\xi_i^2-\eta_i^2+\lambda+1)D_{\theta i}+\lambda[(\lambda+1)D_{r\theta i}+2(\lambda-1)D_{ki}]\}$$

Для случая 3:

$$A_1+C_1-A_2-C_2=0 \qquad (13)$$
$$\xi_1B_1+\eta_1E_1-\xi_2B_2-\eta_2E_2=0$$
$$a_1D_{\theta1}A_1-b_1D_{\theta1}C_1-a_2D_{\theta2}A_2+b_2D_{\theta2}C_2=0$$
$$\xi_1p_1B_1-\eta_1q_1E_1-\xi_2p_2B_2+\eta_2q_2E_2=0$$
$$A_1\cosh\xi_1\alpha+B_1\sinh\xi_1\alpha+C_1\cos\eta_1\propto+E_1\sin\eta_1\propto=0$$
$$A_1\xi_1\sinh\xi_1\alpha+B_1\xi_1\cosh\xi_1\alpha-C_1\eta_1\sin\eta_1\propto+E_1\eta_1\cos\eta_1\propto=0$$
$$A_2\cosh\xi_2\beta-B_2\sinh\xi_2\beta+C_2\cos\eta_2\beta-E_2\sin\eta_2\beta=0$$
$$A_2\xi_2\sinh\xi_2\beta-B_2\xi_2\cosh\xi_2\beta-C_2\eta_2\sin\eta_2\beta-E_2\eta_2\cos\eta_2\beta=0,$$

где

$$a_i=\xi_i^2+(\lambda+1)(\nu_{ri}+1),\quad b_i=\eta_i^2-(\lambda+1)(\nu_{ri}+1)$$
$$p_i=(\xi_i^2+\lambda+1)D_{\theta i}+\lambda[(\lambda+1)D_{r\theta i}+2(\lambda-1)D_{ki}]$$
$$q_i=(\eta_i^2-\lambda-1)D_{\theta i}-\lambda[(\lambda+1)D_{r\theta i}+2(\lambda-1)D_{ki}]$$

Для существования нетривиального решения однородных систем (11), (12) и (13) линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов A_i, B_i, C_i, E_i необходимо, чтобы определители этих систем равнялись нулю

$$\Delta(\lambda,\alpha,\beta,\nu_{ri},\nu_{\theta i},E_{ri},E_{\theta i},G_i)=0 \qquad (14)$$

Из (2) и (6) следует, что если $0<\mathrm{Re}\lambda_1<1$, то при приближении к краю поверхности соединения (r→ 0) напряжения (моменты) неограниченно возрастают, при этом порядок особенности равен $|\mathrm{Re}\lambda_1-1|$. А если $\mathrm{Re}\lambda_1>1$, напряжения убывают до нуля при приближении к вершине угла.

Результаты исследования. Таким образом, исследование характера напряженного состояния в окрестности ребра края поверхности соединения составной анизотропной пластины при изгибе приводится к отысканию корня λ трансцендентного уравнения (14) с наименьшей положительной частью для фиксированных углов и механических характеристик соединяемых материалов.

Приравнивая нулю определители этих новых систем, получаем уравнения относительно λ для каждого из трех случаев соответственно. Проведено численное решение этих уравнений для следующих групп параметров:

1) $\gamma=1, G_i=\mu_i$; 2) $\gamma=1, G_i=4\mu_i$; 3) $\gamma=1, G_i=\mu_i/4$;
4) $\gamma=1/2, G_i=\mu_i$; 5) $\gamma={}^1/_2, G_i=4\mu_i$; 6) $\gamma=2, G_i=4\mu_i$.

В численных расчетах везде учтено замечание Фойгта [6] о равенстве $E_{ri}=E_{\theta i}$.

Некоторые результаты численного исследования корня λ, в зависимости от угла $\varphi=\propto+\beta$, приведены в таблице где $\propto=10^0$.

Таблица 1

Значения параметра λ в зависимости от углов $\propto$ и β

φ	1	2	3	4	5	6
140	1,533	0,845	2,34	1,574	0,784	0,88
160	1,288	0,703	1,72	1,146	0,653	0,73
180	1,000	0,596	1,51	0,910	0,556	0,61
200	0,816	0,516	1,039	0,756	0,485	0,53
230	0,652	0,436	0,817	0,614	0,416	0,447
290	0,519	0,373	0,60	0,508	0,367	0,375
360	0,500	0,325	0,563	0,474	0,311	0,333

Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19, № 4. С. 304–309. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006
Vestnik of Don State Technical University. 2019. Vol. 19, no. 4, pp. 304–309. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006

Таблица показывает, что для данных углов, в зависимости от параметров анизотропии, может быть концентрация напряжений в вершине или не быть.

Можем решить и обратную задачу [1–5]. Построим кривые, которые при фиксированных значениях механических характеристик материалов на плоскости $\propto\beta$ разделяют области конечных и бесконечных напряжений (моментов). Предполагая, что вблизи границы области высокой концентрации напряжений наименьший корень уравнения (11) действительный, положим в этом уравнении λ=1 (предварительно освобождаясь от двукратного корня λ=1) и найдем наименьшие положительные значения углов $\propto$ и β в зависимости от параметров анизотропии. Геометрические места этих точек в плоскости $\propto\beta$ образуют те предельные кривые, которые разделяют концентрационную область (выше кривых) от областей малонапряженности (ниже кривых). Численная реализация полученного уравнения позволяет в пространстве параметров $\alpha, \beta, \nu_{ri}, \nu_{\theta i}, E_{ri}, E_{\theta i}, G_i$ определить зону малонапряженности для края, обеспечивающую прочность соединения.

На рис. 2 показаны эти кривые для различных значений параметров анизотропии. Линии 1–9 отвечают следующим параметрам: 1) $\gamma = 1, G_i = \mu_i$; 2) $\gamma = 1/_2, G_i = \mu_i$; 3) $\gamma = 2, G_i = \mu_i$; 4) $\gamma = 1, G_i = 4\mu_i$;
5) $\gamma = 1/_2, G_i = 4\mu_i$; 6) $\gamma = 2, G_i = \mu_i$; 7) $\gamma = 1, G_i = \mu_i/4$; 8) $\gamma = 1/_2, G_i = \mu_i/4$; 9) $\gamma = 2, G_i = \mu_i/4$.

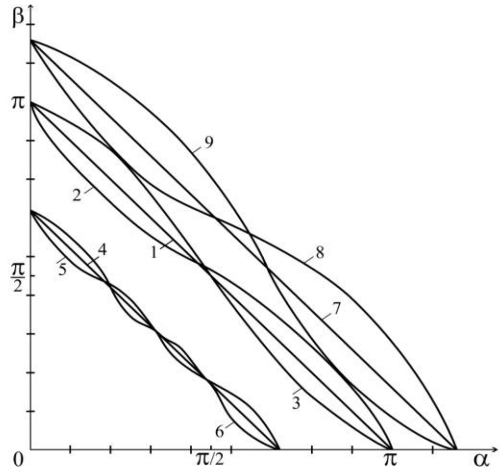


Рис. 2. Распределение зон малонапряженности

На графиках прямые линии соответствуют однородной пластине, а кривые — составной.

Обсуждение и заключения. Если для однородной изотропной пластины с углом раствора больше π всегда имеется концентрация напряжений в вершине, а с углом меньше π отсутствует, то для однородной анизотропной пластины, а также составной изотропной и анизотропной пластин, как показывают графики на рис. 2, эта закономерность нарушается.

Видно, что степень концентрации перерезывающих сил вблизи угловой точки на единицу выше, по сравнению с моментами, что объясняется несовершенством классической теории изгиба пластин.

Аналогичным образом можно рассматривать граничные условия, когда плита свободно оперта по внешним краям, внешние края свободны, а также смешанные краевые условия.

Рассмотренную здесь задачу можно также исследовать, используя уточненную теорию изгиба анизотропных пластин [12, 13], позволяющую уйти от ограничений, налагаемых аппроксимацией Кирхгофа, и сравнить результаты.

Библиографический список

1. Чобанян, К. С. Напряжения в составных упругих телах / К. С. Чобанян. — Ереван : Изд-во АН Арм. ССР, 1987. — 338 с.

2. Задоян, М. А. Об условиях малонапряженности составных пластин / М. А. Задоян // Доклады РАН. — 1993. — Т. 33. — №3. — С. 319–321.

3. Акопян, А. Г. Малонапряженное состояние неоднородно-составных клиньев при смешанных граничных условиях / А. Г. Акопян // Прикладная механика и техническая физика. — 1994. — № 3. — С. 149–156.

4. Акопян, А. Г. О плоской деформации малонапряженного неоднородно-составного клина / А. Г. Акопян // Известия национальной академии наук Армении. Механика. — 1994. — №5–6. — С. 42–48.

5. Акопян, А. Г. Малонапряженность неоднородно-составных клиньев / А. Г. Акопян, М. А. Задоян // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. — 1992. — №5. — С.88–96.

6. Лехницкий, С. Г. Анизотропные пластинки / С. Г. Лехницкий. — Москва : Гостехиздат, 1957. — 463 с.

7. Chyanbin Hwu Anisotropic Elastic Plates / Springer Science & Business Media. — 2010. — 673 p.

8. Williams, M. L. Surface Stress Singularities Resulting from Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plates under Bending / M. L. Williams // Proceedings of the First U.S. National Congress of Applied Mechanics. — 1950. — P. 325–329.

9. Burton, W. S. On the Singularities in Reissner`s Theory for the Bending of Elastic Plates / W. S. Burton and G.B. Sinclair // Journal of Applied Mechanics. — 1986. — Vol. 53, no. 1. — P. 220–222.

10. Геворкян, Г. В. Экспериментальные исследования прочности составных пластин при изгибе / Г. В. Геворкян [и др.] // Прикладная механика и техническая физика. — 2000. — Т. 41, № 4. — С. 763–767.

11. Задоян, М. А. О прочности соединения составной плиты / М. А. Задоян // Известия Национальной Академии наук РА и Государственного инженерного университета Армении. Серия «Технические науки». — 2000. — Т. LIII, № 1. — С. 8–11.

12. Vijayakumar, K. A relook Reissner`s theory of plate in bending / K. Vijayakumar // Archive of applied mechanic. — 2011. — Vol. 81, no.11. — P. 1717–1724.

13. Амбарцумян, С. А. Теория анизотропных пластин / С. А. Амбарцумян. — Москва : Наука, 1967. — 360 с.

Сдана в редакцию 11.09.2019
Принята к публикации 07.11.2019

Об авторе:

***Акопян Ашот Гаврошович*,**
доцент Московского автомобильно-дорожного государственного технического университета (МАДИ) Северо-Кавказский филиал, (РФ 357340, Ставропольский край, г. Лермонтов, ул. Промышленная 20),
кандидат физико-математических наук, доцент,
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2921-5334
manakofoto@yandex.ru